

تمرین های فصل پنجم:

مسائل:

(۱) اگر  $x$  یک متغیر تصادفی با تابع چگالی زیر باشد.

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x)^2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

الف) مقدار  $c$  را بدست آورید

ب) تابع توزیعی تجمعی  $x$  چیست؟

(۳) تابع زیر را در نظر بگیرید.

$$f(x) = \begin{cases} c(2x - x^2) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

آیا  $f(x)$  یک تابع چگالی باشد؟ در این صورت،  $c$  را تعیین کنید. مساله را برای حالتی که  $f(x)$  بصورت زیر است، تکرار کنید.

$$f(x) = \begin{cases} c(2x - x^2) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

(۴) تابع چگالی طول عمر یک قطعه الکترونیکی (برحسب ساعت) بصورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x > 10 \\ 0 & x \leq 10 \end{cases}$$

الف)  $P\{x > 20\}$  را پیدا کنید.

ب) تابع توزیعی تجمعی  $x$  را بدست آورید.

ج) احتمال اینکه از ۶ قطعه الکترونیکی لااقل ۳ تا برای حداقل ۱۵ ساعت کار کنند چقدر

است؟ چه فرض هایی را در نظر می گیرید؟

۷ - تابع چگالی  $x$  بصورت زیر است .

$$f(x) \begin{cases} a + bx^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

اگر  $E(x) = \frac{3}{5}$  باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را بدست آورید.

۱۱. یک نقطه روی پاره‌خطی به طول  $L$  به تصادف انتخاب شده است. این مطلب را تعبیر کرده و احتمال اینکه نسبت قطعه کوتاهتر به قطعه طویلتر از  $\frac{1}{4}$  کمتر باشد را پیدا نمایید.

۱۵ - اگر  $X$  یک متغیر تصادفی نرمال با پارامترهای  $\mu = 10$  و  $\sigma^2 = 36$  باشد، احتمالات زیر را محاسبه کنید.

الف)  $p\{x > 5\}$  ، ب)  $p\{4 < x < 16\}$  ، ج)  $p\{x < 8\}$  ، د)  $p\{x < 20\}$  ، ه)  $p\{x > 16\}$

تمرین های نظری:

۹. اگر  $Z$  یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد باشد، نشان دهید که به ازای  $x > 0$  ،

(آ)  $P\{Z > x\} = P\{Z < -x\}$  ؛

(ب)  $P\{|Z| > x\} = 2P\{Z > x\}$  ؛

(پ)  $P\{|Z| < x\} = 2P\{Z < x\} - 1$  .

۱۲۶. اگر  $X$  دارای توزیع یکنواخت روی فاصله  $(a, b)$  باشد، چه متغیر تصادفی که با  $X$  رابطه خطی دارد، دارای توزیع یکنواخت روی فاصله  $(0, 1)$  است؟

۱۲۸. اگر  $X$  یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع تجمعی  $F$  باشد. متغیر تصادفی  $Y$  را به صورت  $Y = F(X)$  تعریف می‌کنیم. نشان دهید که  $Y$  دارای توزیع یکنواخت روی فاصله  $(0, 1)$  است.